→ Παράδειγμα 4.2 → {Βιβλίο Σ. Λουκά} ✓

→ Παράδειγμα 4.3 → {Βιβλίο Σ. Λουκά}

30-03-16

Συμπερασματολογία για το διωνυμικό p

Έστω n δοκιμές Bernoulli $p = P(E)$ και X ο αριθμός επιτυχιών στις n δοκιμές

$X \sim Bin(n,p)$ $\quad (E(X) = np,\ Var(X) = np(1-p))$

$\hat{p} = \frac{X}{n}$ {αμερόληπτος εκτιμητής διότι $E(\hat{p}) = \frac{E(X)}{n} = p$}

και $Var(\hat{p}) = Var\left(\frac{X}{n}\right) = n^2 p(1-p) = p(1-p)$

και $\hat{\sigma}_{\hat{p}} = \sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}$

• Για τον έλεγχο υποθέσεων

i) $H_0: p \leq p_0$ v $H_a: p > p_0$ {γνωστό p_0}

ii) $H_0: p \geq p_0$ v $H_a: p < p_0$

iii) $H_0: p = p_0$ v $H_a: p \neq p_0$

Χρησιμοποιούμε το στατιστικό για το οποίο $X \sim Bin(n, p_0)$ όταν αληθεύει η H_0 και κρίσιμες περιοχές μεγέθους α.

i) $X \geq k_\alpha$, ii) $X \leq k_\alpha'$, iii) $X \leq k_{\alpha/2}$ και $X \geq k_{\alpha/2}$

όπου k_α, k_α' ο μικρότερος κι ο μεγαλύτερος ακέραιος αντίστοιχα για τους οποίους

$$\sum_{x=0}^{k_\alpha'} \binom{n}{x} p_0^x (1-p_0)^{n-x} \leq \alpha \quad \text{και}$$

$$\sum_{x=k_\alpha}^{n} \binom{n}{x} p_0^x (1-p_0)^{n-x} \leq \alpha$$

$$\cdot \sum_{x=0}^{k_{\alpha/2}} \binom{n}{x} p_0^x (1-p_0)^{n-x} \leq \alpha/2 \quad \text{και} \quad \sum_{x=k_{\alpha/2}}^{n} \binom{n}{x} p_0^x (1-p_0)^{n-x} \leq \alpha/2$$

πχ: Δοκιμαστής κρασιού: $H_0 = \frac{1}{3}$ v $H_\alpha: p > \frac{1}{3}$

κρίσιμη περιοχή για $\alpha = 0{,}05$: $X \geq k_\alpha$

$X \sim Bin(n=10,\ p_0 = 1/3)$, $\sum_{x=k_\alpha}^{10} \binom{10}{x} \left(\frac{1}{3}\right)^x \left(\frac{2}{3}\right)^{10-x} \leq 0{,}05$

$$\left.\begin{array}{l} P(X=10) = 0{,}000017 \\ P(X=9) = 0{,}000336 \\ P(X=8) = 0{,}003027 \\ P(X=7) = 0{,}0161668 \\ P(X=6) = 0{,}056678 \end{array}\right\} \begin{array}{l} P(X \geq 7) = 0{,}019548 \leq 0{,}05 \\ \\ P(X \geq 6) = 0{,}076233 > 0{,}05 \end{array}$$

$K_{0,05} = 7$. Άρα, κρίσιμη περιοχή $C = 7, 8, 9, 10$

- Παράδειγμα 4.4 → {Βιβλίο Σ. Λουκά} ✓
- Παράδειγμα 4.9 → {Βιβλίο Σ. Λουκά} ✓
- Παράδειγμα 4.10 → {Βιβλίο Σ. Λουκά} ✓